

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. [2024·北京顺义区高一期中] 下列函数中, 最小正周期为 π 且是偶函数的是 ()

- A. $y=\cos 2x$
- B. $y=\tan x$
- C. $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$
- D. $y=\sin 2x$

2. [2025·广东中山高一期中] 已知扇形的弧长为 2π , 圆心角为 60° , 则扇形的面积为 ()

- A. 6π
- B. 9π
- C. 12π
- D. 24π

3. $\cos x=\frac{1}{2}$ 是 $x=2k\pi+\frac{\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$ 的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

4. 已知 $\tan \alpha=3, \alpha \in\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 则 $\cos \left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=$ ()

- A. $-\frac{3 \sqrt{10}}{10}$
- B. $\frac{3 \sqrt{10}}{10}$
- C. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$
- D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

5. [2025·辽宁锦州高一月考] 下列四个函数中, 以 π 为最小正周期且在区间 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 上单调递减的是 ()

- A. $y=\sin x$
- B. $y=|\sin x|$
- C. $y=\cos 2x$
- D. $y=\tan x$

6. [2024·河北张家口高一期中] 已知 $\sin \left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{5}$, 则 $\cos \left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=$ ()

- A. $\frac{1}{5}$
- B. $\frac{2 \sqrt{6}}{5}$
- C. $-\frac{1}{5}$
- D. $-\frac{2 \sqrt{6}}{5}$

7. 已知函数 $f(x)=\sin \left(x-\frac{\pi}{6}\right)$, 若方程 $f(x)=\frac{4}{5}$ 的解为 $x_1, x_2(0<x_1<x_2<\pi)$, 则 $\sin \left(x_1+x_2\right)=$ ()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $-\frac{1}{2}$

8. 在西双版纳热带植物园中有一种原产于南美热带雨林的时钟花, 其花开花谢非常有规律. 有研究表明, 时钟花开花的规律与温度密切相关, 时钟花开花所需要的温度约为 20°C , 但当气温上升到 31°C 时, 时钟花基本都会凋谢. 在花期内, 时钟花每天开闭一次. 已知某景区有时钟花观赏区, 且该景区 6 时~14 时的气温 T (单位: $^{\circ}\text{C}$) 与时间 t (单位: 时) 近似满足函数关系式 $T=25+10 \sin \left(\frac{\pi}{8} t+\frac{3 \pi}{4}\right)$, 则在 6 时~14 时内, 观花的最佳时段约为 (参考数据: $\sin \frac{\pi}{5} \approx 0.6$) ()

- A. 6.7 时~11.6 时
- B. 6.7 时~12.2 时
- C. 8.7 时~11.6 时
- D. 8.7 时~12.2 时

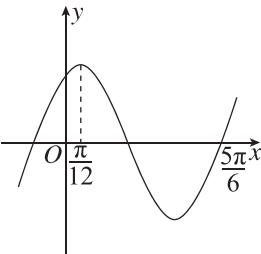
二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 下列说法中正确的是 ()

- A. 终边在所有象限的角平分线上的角的集合是 $\left\{\alpha \left|\alpha=\frac{\pi}{4}+\frac{k \pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\right.\right\}$
- B. 若 $\alpha=-3$, 则 α 为第四象限角
- C. 若 α 为第一象限角, 则 $\frac{\alpha}{3}$ 为第一、二、三象限角
- D. 在周长为 p 的扇形中, 面积最大的扇形的半径为 $\frac{p}{4}$

10. 已知函数 $f(x)=\sin (\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示, 则下列结论正确的是 ()

- A. $f(x)=\cos \left(2 x-\frac{\pi}{6}\right)$
- B. $f(x)=\sin \left(2 x-\frac{\pi}{6}\right)$
- C. $f\left(\frac{\pi}{3}+x\right)=f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$
- D. $f\left(\frac{\pi}{3}+x\right)=-f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$



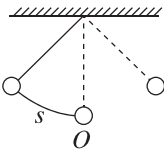
11. 已知函数 $f(x)=2 \sin (\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$, 直线 $x=\frac{\pi}{2}$ 为函数 $f(x)$ 的图象的一条对称轴, 且 $f\left(\frac{3 \pi}{8}\right)=\sqrt{3}$. 若 $f(x)$ 在 $\left(-\frac{3 \pi}{8},-\frac{\pi}{4}\right)$ 上单调, 则 ω 的值可以是 ()

- A. $\frac{4}{3}$
- B. $\frac{8}{3}$
- C. $\frac{16}{3}$
- D. $\frac{20}{3}$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 在平面直角坐标系中, 动点 M 在单位圆上沿逆时针方向作匀速圆周运动, 点 M 转一周所需的时间为 12 秒, 若点 M 的初始位置为 $\left(\frac{1}{3}, \frac{2 \sqrt{2}}{3}\right)$, 则经过 3 秒后, 动点 M 所处的位置的坐标为 _____.

13. 如图, 单摆从某点开始来回摆动, 平衡位置为 O , 位移 s (单位: cm) 和时间 t (单位: s) 的函数关系为 $s=2 \cos \left(\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$, 那么单摆摆动的周期为 _____, 第二次到达平衡位置 O 所需要的时间为 _____ s .



14. [2025·广东佛山高一期中] 已知函数 $f(x)=3 \cos \left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)+1$ ($\omega>0$) 在 $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{2 \pi}{3}\right]$ 上单调递增, 则 ω 的取值范围是 _____.

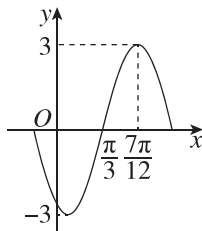
四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分) 已知 $\alpha \in\left(\frac{3 \pi}{2}, 2 \pi\right), f(\alpha)=\frac{\sin \left(\alpha+\frac{3 \pi}{2}\right) \cos \left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) \tan (\pi+\alpha)}{\sin \left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) \tan (2 \pi-\alpha)}$.

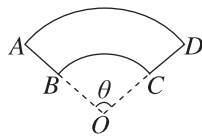
- (1) 化简 $f(\alpha)$;
- (2) 若 $f(\alpha)=\frac{1}{5}$, 求 $\cos (\pi-\alpha)$ 的值.



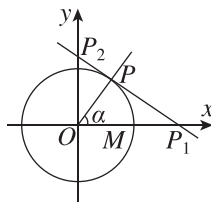
16. (15 分)[2025·吉林长春高一期中] 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,-\pi<\varphi<\pi)$ 的部分图象如图所示.
- (1)求 $f(x)$ 的解析式及 $f(x)$ 的单调递增区间;
- (2)将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图象,若不等式 $g(x)-m\leqslant 4,x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ 恒成立,求 m 的取值范围.



17. (15 分)[2025·湖南怀化高一期末] 为了美化城市,某地相关部门计划在一处绿化带内修建一个园圃,如图所示,该园圃的形状是扇形 OAD 挖去半径为其一半的扇形 OBC 后得到的扇环 $ABCD$,园圃的外围周长为 50 m,其中圆心角 θ 小于 π , AB 的长不超过 10 m. 设 $AB=x$ (单位:m),园圃的面积为 y (单位: m^2).
- (1)写出 y 关于 x 的函数表达式,并求出该函数的定义域;
- (2)当 x 为多少时,园圃的面积 y 最大,求出 y 的最大值及此时 $\widehat{AD}$ 与 $\widehat{BC}$ 的长.



18. (17 分)如图,在平面直角坐标系中,锐角 α 的始边与 x 轴的正半轴重合,终边与单位圆交于点 P . 过点 P 作圆 O 的切线,分别交 x 轴、 y 轴于点 $P_1(x_0,0)$ 与 $P_2(0,y_0)$.
- (1)若 $\triangle OP_1P_2$ 的面积为 2,求 $\tan \alpha$ 的值;
- (2)求 $9x_0^2+y_0^2$ 的最小值.



19. (17 分)已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示.
- (1)求函数 $f(x)$ 的解析式;
- (2)若函数 $F(x)=[f(x)]^2-2mf(x),x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 的最小值为 m ,求 m 的取值集合.

